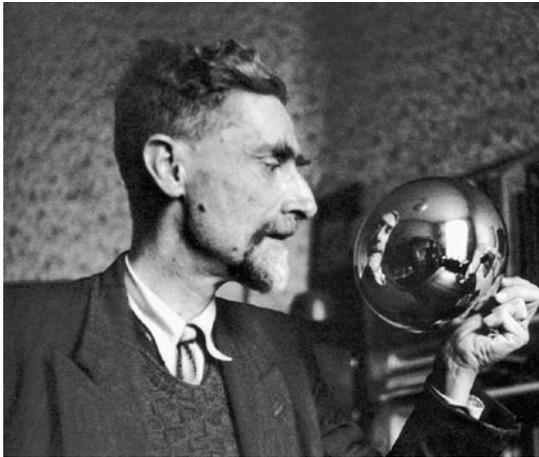


M. C. Escher: Treppauf und Treppab

Lithographie 1960



M. C. Escher: Selbstporträt mit verspiegelter Kugel, Foto

A) Der Künstler

Maurits Cornelis Escher wurde 1898 als jüngster Sohn des Ingenieurs Georg Arnold Escher und seiner Frau Sarah in Leeuwarden geboren. Er wuchs in gutsituierten Verhältnissen in einem großzügigen Haus auf. Sein Vater hatte starken Einfluss auf Maurits' Leben. Er weckte sein Interesse für die Künste und die Wissenschaften. Dennoch war ihm die Schule verhasst. Nur den Kunstunterricht liebte er; gute Noten erzielte er dort aber auch nicht. 1919 ging Maurits Escher nach Haarlem um Architektur zu studieren. Sein Lehrer Mesquita erkannte Maurits' graphische Talente und schon bald wechselte Escher die Kurse, um sich dem Studium der dekorativen Künste zu widmen.

1922 beendete er die Schule und reiste nach Italien. Die südliche Landschaft prägte seine kommenden Zeichnungen und Drucke. Später gründete er eine Familie und lebte nacheinander in Italien, in der Schweiz, in Belgien und in den Niederlanden. Über 30 Jahre lang konnte er kaum genügend Einkommen für den Lebensunterhalt erzielen. Die großzügige Unterstützung seines Elternhauses und seine Beharrlichkeit ließen es zu, dass sich seine Kunst entwickelte. Erst in den Vierziger-Jahren wurde seine Werke in Holland bekannt und 1951 sorgten Artikel in amerikanischen Zeitschriften für seinen weltweiten künstlerischen Durchbruch und seinen Ruhm, der bis heute andauert. Er starb 1972 in Laren, Nordholland.

Quelle: <http://www.fraktalwelt.de/escher/elinks.htm>

B) Wirkungsgeschichte

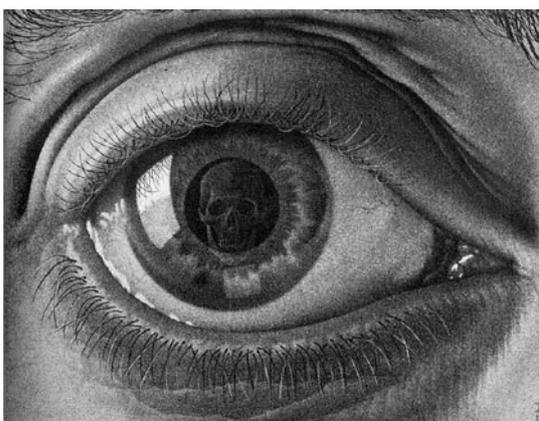
Escher ist für die Kunstgeschichte immer ein Problem geblieben. Seine Auseinandersetzung mit perspektivischen Unmöglichkeiten und optischen Täuschungen unterscheidet sich stark von den klassischen Themen bildender Kunst und lässt sich in keiner der klassischen Schubladen einordnen. So wurde Escher von der Kunstwelt lange Zeit nicht als Künstler im klassischen Sinne akzeptiert.

Im Gegensatz dazu wurde Escher schon früh von Wissenschaftlern und Mathematikern sehr geschätzt, da seine sauberen, exakten Arbeiten sich auf eine intuitive und sinnliche Weise mathematischen Themen annähern und Problemstellungen der Wissenschaft illustrieren. Escher wurde nicht selten zu Mathematik-Vorlesungen eingeladen, obwohl er von sich selbst sagte, er verstehe nichts von Mathematik. Er hielt auch selbst stark frequentierte Vorlesungen über seine Arbeit in ganz Europa.

Seine Arbeiten haben auf Grund der realistischen Darstellungsweise und der phantastischen, meist überraschenden Effekte einen hohen Popularitätswert.



M. C. Escher: Hand mit spiegelnder Kugel, Lithografie, 1935
M. C. Escher: Auge (mit Totenkopf), Mezzotinto, 1946



M. C. Escher: Treppauf und Treppab • 2

Lithographie 1960

Platonische Körper: Ein Polyeder heißt regulär, wenn alle seine Oberflächen aus demselben regelmäßigen Vieleck bestehen und in jeder Ecke gleich viele dieser Vielecke zusammenstoßen.

Spätestens seit Platon ist bekannt, daß es nur genau fünf reguläre konvexe Polyeder gibt:

Tetraeder aus 4 (griech. tetra) Dreiecken

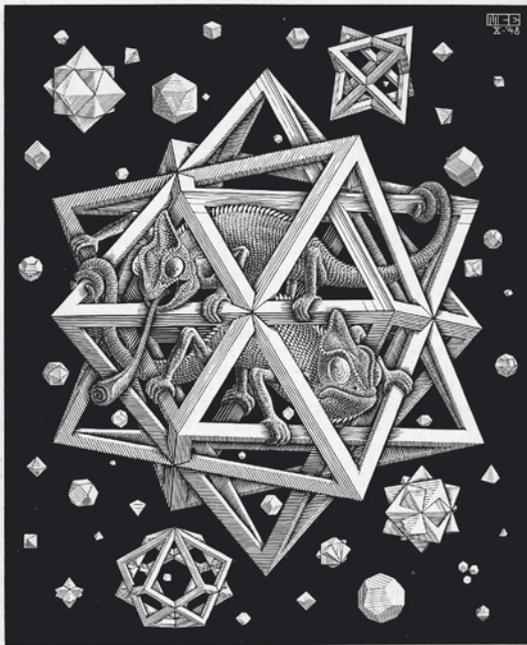
Hexaeder aus 6 (griech. hexa) Quadraten

Oктаeder aus 8 (griech. okta) Dreiecken

(Pentagon-)Dodekaeder aus 12 (griech. dodeka) Fünfecken (grch. pentagon)

Icosaeder aus 20 (griech. eikosi) Dreiecken

Quelle: <http://www.mathe.tu-freiberg.de/~hebisch/cafe/platonische.html>



170. Sterne, Holzstich, 1948



Mit dem Namen Möbius (1790 - 1868, deutscher Mathematiker) ist in der (Unterhaltungs-)mathematik vor allem das Möbiusband verbunden. Dabei handelt es sich um eine endliche gekrümmte Fläche im dreidimensionalen Raum, die nur einen Rand und daher auch keine „Oberseite“ bzw. „Unterseite“ besitzt, die also „einseitig“ ist. Möbius hat sie 1858 konstruiert (und 1865 publiziert), um eine Fläche zu erhalten, in der keine Orientierung möglich ist, in der man also nicht zwischen links und rechts unterscheiden kann.

C) Werkgruppen

Die Werke Eschers, in denen mehr oder minder stark mathematische Themen durchscheinen, lassen sich inhaltlich etwa in folgende Klassen einteilen:

- **Regelmäßige Körper**
z. B.: Sterne (Holzstich 1948) (3 Oktaeder, 2 Hexaeder, 2 Tetraeder, etc.)
- **Möbiusbänder**
z. B.: Möbiusband II (Holzstich 1963)
- **Perspektivität**
z. B.: Treppenhaus (Lithographie 1951)
- **Spiralen und Knoten**
Knoten (Holzschnitt 1965)
- **Hyperbolische Geometrie**
Kreislimit III (Holzschnitt 1959)
Kreislimit IV (Holzschnitt 1960)
- **Unmögliche Figuren**
Treppauf und Treppab (Lithographie 1960)
Wasserfall (Lithographie 1961)
- **Regelmäßige Flächenaufteilungen**
Tag und Nacht (Holzschnitt) 1938

Das **Penrose-Dreieck**, auch **Tribar** genannt, ist die wahrscheinlich berühmteste **unmögliche Figur**. Es zeigt drei Balken, die jeweils im rechten Winkel zueinander stehen und dennoch zu einem Dreieck verbunden sind.

Damit verstößt es gegen mehrere Gesetze der Euklidischen Geometrie, unter anderem gegen jenes, das besagt, dass die Winkelsumme in einem Dreieck stets 180° beträgt. Der Betrachter einer Tribar-Darstellung ist mit der Schwierigkeit konfrontiert, seine Entfernung zu den Teilen des Tribars und ihre Lage im dargestellten Raum immer wieder neu interpretieren zu müssen. (> siehe auch optische Täuschungen)

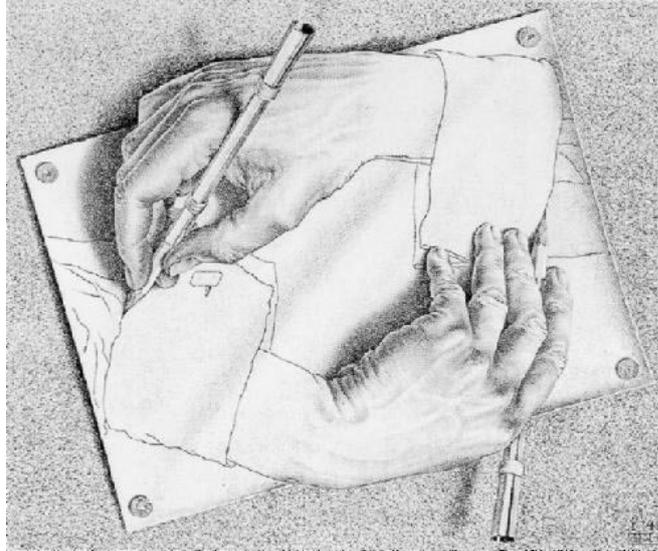


M. C. Escher: Treppauf und Treppab • 3

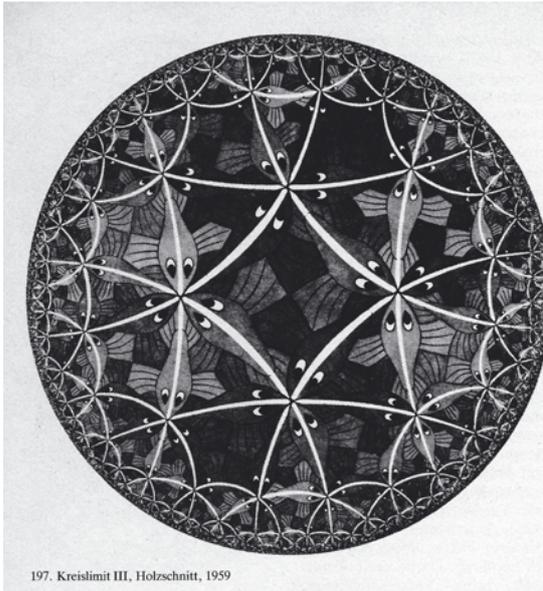
Lithografie 1960

Um die hyperbolische Geometrie zu demonstrieren, der zufolge – im Gegensatz zu den bekannten Prinzipien der euklidischen Geometrie – durch jeden gegebenen Punkt außerhalb einer Linie genau zwei Linien parallel zu dieser Linie laufen, gebrauchte der französische Mathematiker Jules Henri Poincaré ein Modell, in welchem das Ganze einer unendlichen Fläche in einem großen endlichen Kreis gezeigt wurde. Vom hyperbolischen Gesichtspunkt aus gibt es keine Punkte auf oder außerhalb des Kreises.

D) Zeichnen ist Täuschung

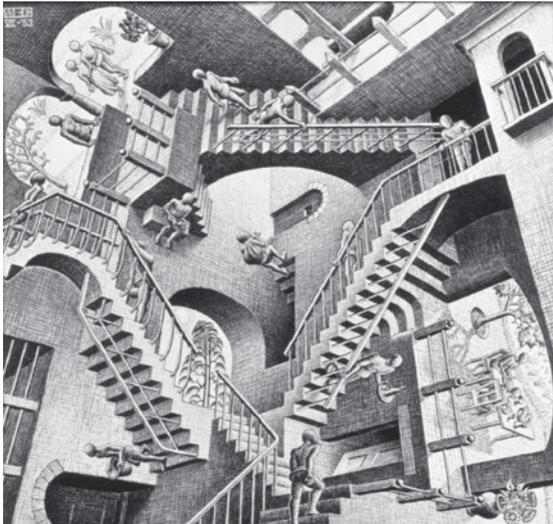


selbstreferentielle Systeme
Escher: Zeichnen,
Lithografie, 1948

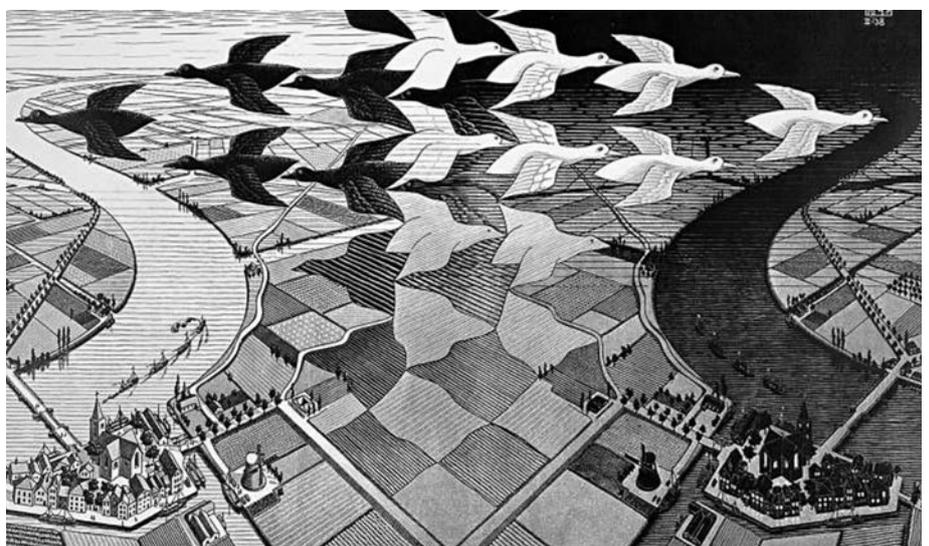


197. Kreislimit III, Holzschnitt, 1959

Das zentrale (mathematische) Thema in Eschers Gesamtwerk ist aber die „regelmäßige Flächenaufteilung“, über die er auch ein eigenes Buch verfaßt hat. Es war wiederum sein Bruder, der ihm „das Tor zu einem mathematischen Garten“ öffnete, als er ihn mit den Arbeiten der Mathematiker George Polya Über die Analogie der Kristallsymmetrie in der Ebene und F. Haag Die regelmäßigen Planteilungen und Punktsysteme bekannt machte. Eine Fläche, die man sich nach allen Seiten unbegrenzt fortgesetzt vorstellen muß, kann nach einer beschränkten Zahl von bestimmten Systemen bis ins Unendliche aufgefüllt werden oder aufgeteilt werden in gleichförmige mathematische Figuren, die sich an allen Seiten begrenzen ohne das „leere Stellen“ übrigbleiben.



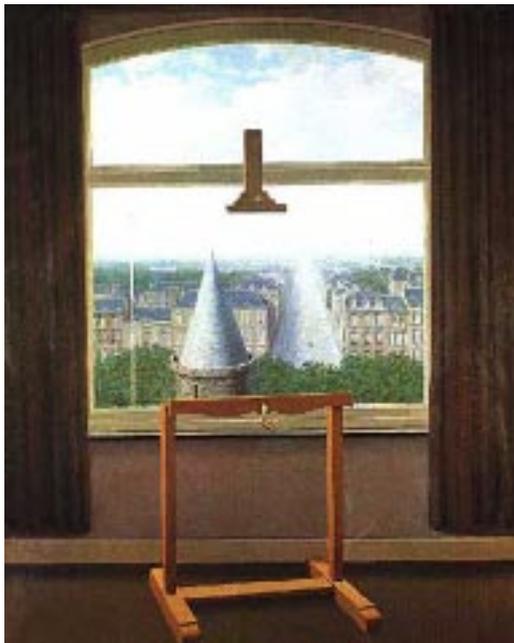
Escher: Relativität, Lithografie, 1953



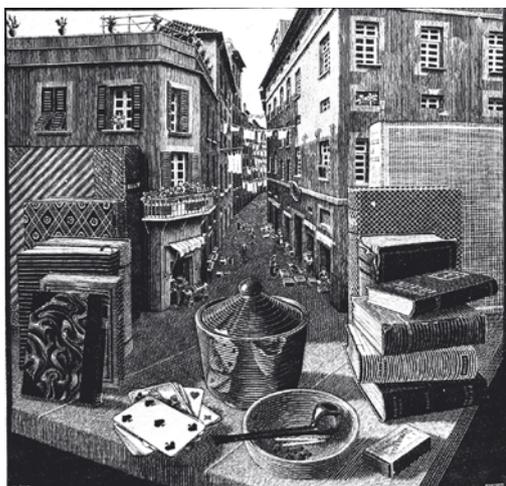
Escher: Tag und Nacht, Holzschnitt, 1938

M. C. Escher: Treppauf und Treppab • 4

Lithographie 1960



Sachverhalt: In einem Zimmer steht vor einem Fenster eine Staffelei mit einem Bild, das scheinbar den gleichen Sachverhalt wiedergibt, wie der Betrachter die Stadtlandschaft aus dem Fenster sehen kann. Ein Turm mit einem Kegeldach, dessen Spitze die Horizontlinie berührt, hat eine fast gespiegelt wirkende Entsprechung in der Darstellung einer Straße, die sich bis zum Horizont erstreckt und dort in ihren Fluchtpunkt einmündet. Der Schatten des Kgeldaches ähnelt stark dem Schatten der Häuser auf der Straße. Euklid (365 - 300 v. Chr., griechischer Mathematiker) gilt als Begründer der klassischen Geometrie, wie sie auch heute noch in den Schulen gelehrt wird.



Escher: Stilleben und Straße, Holzschnitt, 1937

D) Vergleichbare Themenstellungen bei zeitgenössischen Künstlern: René Magritte (Surrealismus)

René Magritte: Die Spaziergänge des Euklid, 1955

Leuten, die seine Bilder zu interpretieren versuchten, pflegte er zu antworten: „Sie haben mehr Glück als ich.“ Magrittes Malerei ist eine Attacke gegen die vorgefassten Ideen der Gesellschaft und gegen ihr vorbestimmtes Gefühl für das Richtige. Er betrachtete seine Arbeiten als erfolgreich, wenn keine Erklärung der Kausalität oder Bedeutung unsere Neugierde zu befriedigen vermag. In Magrittes Malerei nehmen wir Ereignisse wahr, zwischen denen nicht jene innere Verbindung besteht, die üblicherweise Ursache und Wirkung verknüpft. Hier werden Probleme nicht durch Vermittlung neuer Information gelöst, sondern durch eine Neuordnung dessen, was uns bewusst ist.

Nach Magritte „tritt die Furcht, verwirrt oder getäuscht zu werden, auch gegenüber gemalten Bildern auf, die in sich die Kraft haben, eine solche Furcht hervorzurufen. Manchmal stellt ein Bild seinen Betrachter auch unter schwere Anklage. "Wer in der Malerei nur das sucht, was er zu finden wünscht, wird niemals etwas finden, das über seinen Wunsch hinausgeht. Wenn aber jemand einmal vom Geheimnis eines Bildes, das sich jeder Erklärung widersetzt, eingefangen wird, kann zuweilen ein Augenblick der Panik eintreten. Diese Augenblicke der Panik sind es, die für Magritte zählen. Für ihn sind sie die besten, weil sie aus dem Mittelmäßigen herausführen. (Dazu allerdings bedarf es nicht der Kunst - das kann jeden Augenblick geschehen.)

In der Malerei Magrittes werden die Fragen der Bezugsidentität von Objekten und Symbolen, gleichwertiger Ähnlichkeiten und der gesamten Gültigkeit des „darstellenden Sehens“ fortwährend aufgeworfen. Immer wieder wird die Krise, die die bereits festgelegten Verfahren der Kunst befallen hat, in seinen Bildern prophetisch definiert. So formuliert er in seinen Bildern geradezu den Widerspruch zwischen dem dreidimensionalen Raum, den die Gegenstände in der Realität einnehmen, und der zweidimensionalen Fläche der Leinwand, die für die Darstellung benützt wird. Die Vieldeutigkeit in den Bildern Magrittes weist darauf hin, dass irgend etwas in der Gegenüberstellung von realem Raum und räumlicher Illusion nicht stimmt. Mit seiner Methode hat er die gesamte Vielschichtigkeit der modernen von der herkömmlichen Kunst abgegrenzt - eine Vielschichtigkeit, die zu einer Entwertung der Naturnachahmung als grundlegender Voraussetzung der Malerei geführt hat.

aus SUZY GÄBLIK: Magritte - und der gesunde Menschenverstand, http://euro.mein-serva.de/mauthner2004/mauthner/tex/rene_m.html

M. C. Escher: Treppauf und Treppab • 5

Lithographie 1960

E) stilistisch und inhaltliche Ähnlichkeiten mit Künstlern aus vorhergegangenen Epochen

Parmigianino (*1503 in Parma; †1540 in Casalmaggiore bei Parma; war ein italienischer Maler und Radierer des Manierismus.

Selbstporträt im konvexen Spiegel (1524), Wien, Kunsthistorisches Museum

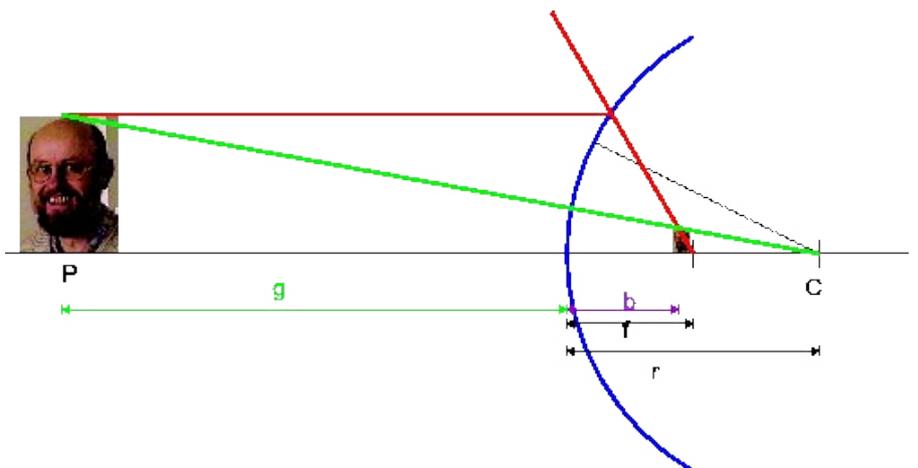


Der zwanzigjährige Maler, eine Schlüsselgestalt des Manierismus, porträtierte sich nach den Regeln einer exakten perspektivischen Darstellung, die nicht vom planen, sondern von im Konkavspiegel verzerrten Bild ausging. Das Datum, 1523/24, kennzeichnet bereits die Wende, nach der sich die Malerei von der klassischen Konzeption wegbewegte. Mehr und mehr wird das „Interessante“ zum Ziel bildnerischer Absichten, die nur über intellektuell begründete Verfahren realisiert werden können. Der besondere Witz dieser Selbstdarstellung liegt u.a. darin, dass Parmigianino seine linke Hand vorne an den Spiegel legt, diese aber im Spiegelbild wie die rechte Hand aussieht, also – gerade solange sie als Spiegelbild noch unverstanden ist – quasi als Beweis vorgelegt wird, dass das Bild eben kein gemaltes Bild sein kann sondern ein mechanisches Spiegelbild sein muss (oder zumindest, „mit Links“ gemalt ist). Der Betrachter denkt sich in diesem Moment nicht an der Stelle Parmigianinos sondern „hinter dem Spiegel“ als sein Gegenüber. Ist die Darstellung als Darstellung eines Spiegel durchschaut – dann sieht man Parmigianino quasi über die reale Schulter -, so wird auch die Hand als linke erkannt und damit die Möglichkeit sichtbar, dass Parmigianino sich während dieser Spiegelung selbst mit der rechten Hand malt.

Giorgio Vasari schrieb 1550:

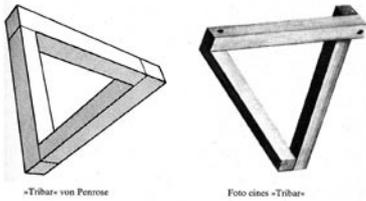
„Außerdem, und um die ganze Tiefe der Kunst auszuloten, begann er eines Tages ein Selbstbildnis zu malen, wobei er sich in einem gewölbten Barbierspigel betrachtete. Da sah er denn wie die Rundung des Spiegels die Deckenbalken und die Ständer verbog. Er ließ sich also eine hölzerne Kugel dreheln, die er dann entzweischchnitt, aber genau in der Größe des gewölbten Spiegels, und auf diese Halbkugel malte er dann alles, was er im Spiegel sah, vor allem aber sich selbst, und zwar so naturgetreu, dass man es gar nicht glauben konnte. Und alle Dinge, die vorne im Spiegel waren, schienen zu wachsen, und alles was im Hintergrund war, wurde kleiner. Und er malte seine Hand, ein bißchen groß, so wie er sie eben im Spiegel sah, so schön, daß sie wie wirklich aussah. Und da Francesco ein schönes Gesicht hatte und viel Grazie besaß, sah er mehr wie ein Engel als ein Mensch aus, und sein Abbild auf dieser Halbkugel war wahrhaft göttlich...“

Als eine **Anamorphose** (altgriechisch ἀναμόρφωσις, neugr. αναμόρφωση „die Umformung“, von μορφή, „die Gestalt, Form“) bezeichnet man Bilder, die nur unter einem bestimmten Blickwinkel bzw. mittels eines speziellen Spiegels oder Prismensystems erkennbar sind, wobei diejenigen, welche einen Spiegel zur Entschlüsselung des Bildinhaltes benötigen, als katoptrische Anamorphosen bezeichnet werden. Bei Anamorphosen, die ohne Spiegel erkannt werden können, handelt es sich hingegen meist um Längenanamorphosen, bei denen das Bild sehr stark in die Länge gezerrt ist. Blickt man sehr flach auf eine solche Längenanamorphose, erscheint es entzerrt.



M. C. Escher: Treppauf und Treppab • 6

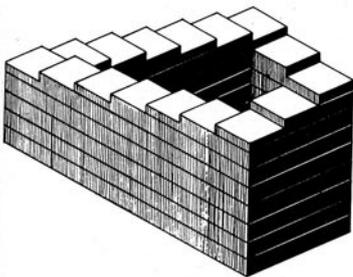
Lithographie 1960



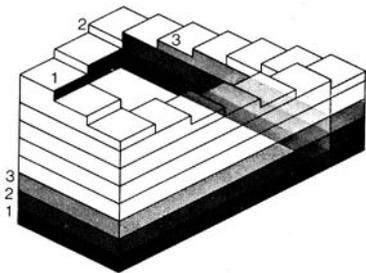
Der unmögliche Tribar hält allein durch das Mittel unrichtiger Verbindungen zwischen ganz normalen Elementen zusammen - als Zeichnung. Die drei rechten Winkel sind völlig normal, aber sie sind auf eine falsche, räumlich unmögliche Weise miteinander verbunden, so daß sie eine Art Dreieck bilden, dessen Winkelsumme notabene 270 Grad ausmacht!

Das Quasi-Unendliche: Escher hat in vielen seiner Bilder versucht, das Grenzenlose und das Unendliche darzustellen. Die Kugeln, die er in Holz und Elfenbein schnitzte, und deren Oberfläche aus einem oder mehreren Motiven (Menschen und Tierfiguren) besteht, die sie ganz bedecken, zeigen das Unbegrenzte und doch Endliche. In seinen quadratischen und kreisrunden Limit-Bildern wird Unendlichkeit durch die fortlaufend sich verkleinernden Figurenreihen anschaulich gemacht.

Zeichnung von Penrose, dasselbe im Sch

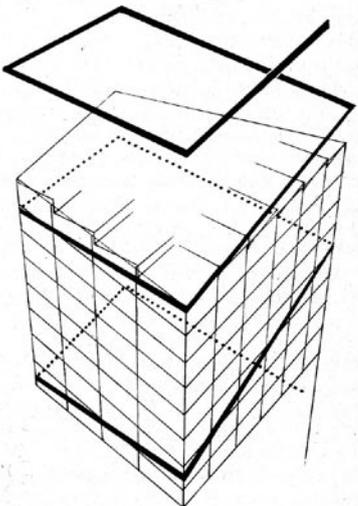


In der Lithographie Treppauf und Treppab von 1960 werden wir mit einer Treppe konfrontiert, auf der man sowohl aufwärts wie abwärts gehen kann, ohne höher oder tiefer zu gelangen. Darin liegt auch die Verwandtschaft mit dem Bild Wasserfall. Wenn wir uns dieses Blatt ansehen und den kleinen Mönchen Schritt für Schritt folgen, werden wir ohne den leisesten Zweifel feststellen, dass jeder immer eine Stufe höher geht. Und doch werden wir uns nach einem Rundgang wieder an der Ausgangsstelle finden, da wir trotz allen Steigens keinen Zentimeter höher gelangt sind.



Die Täuschung wird offenbar, wenn wir versuchen, das Gebäude in Scheiben zu schneiden. So finden wir Scheibe 1 (links oben) rechts vorn auf einem viel niedrigeren Niveau (rechts). Die Abschnitte liegen also nicht in horizontalen Ebenen, sondern laufen spiralförmig nach oben (oder nach unten). Die Horizontale ist in Wirklichkeit eine spiralförmige Bewegung aufwärts, und nur die Treppe selbst liegt in der horizontalen Ebene. Um die Möglichkeit zu demonstrieren, eine fortlaufende Treppe in einer horizontalen Ebene zu zeichnen, versuchen wir selbst eine zu konstruieren (Abb. 166). A B C D ergibt ein horizontal liegendes Quadrat. In der Mitte jeder Seite zeichnen wir eine vertikale Linie. Es ist leicht, Stufen zu zeichnen, die von A über B nach C eine steigende Treppe darstellen (Abb. 166a). Die Schwierigkeit beginnt, wenn wir von C über D und zurück nach A möchten. In Abbildung 166b geschieht das so, daß uns die Treppen abwärts führen. Damit ist der ganze Reiz der Idee verloren: Wir laufen zwei Stufen aufwärts und zwei Stufen abwärts, und es wundert uns nicht, daß wir zum Ausgangspunkt zurückkommen.

Spiralenkonstruktion der Treppe



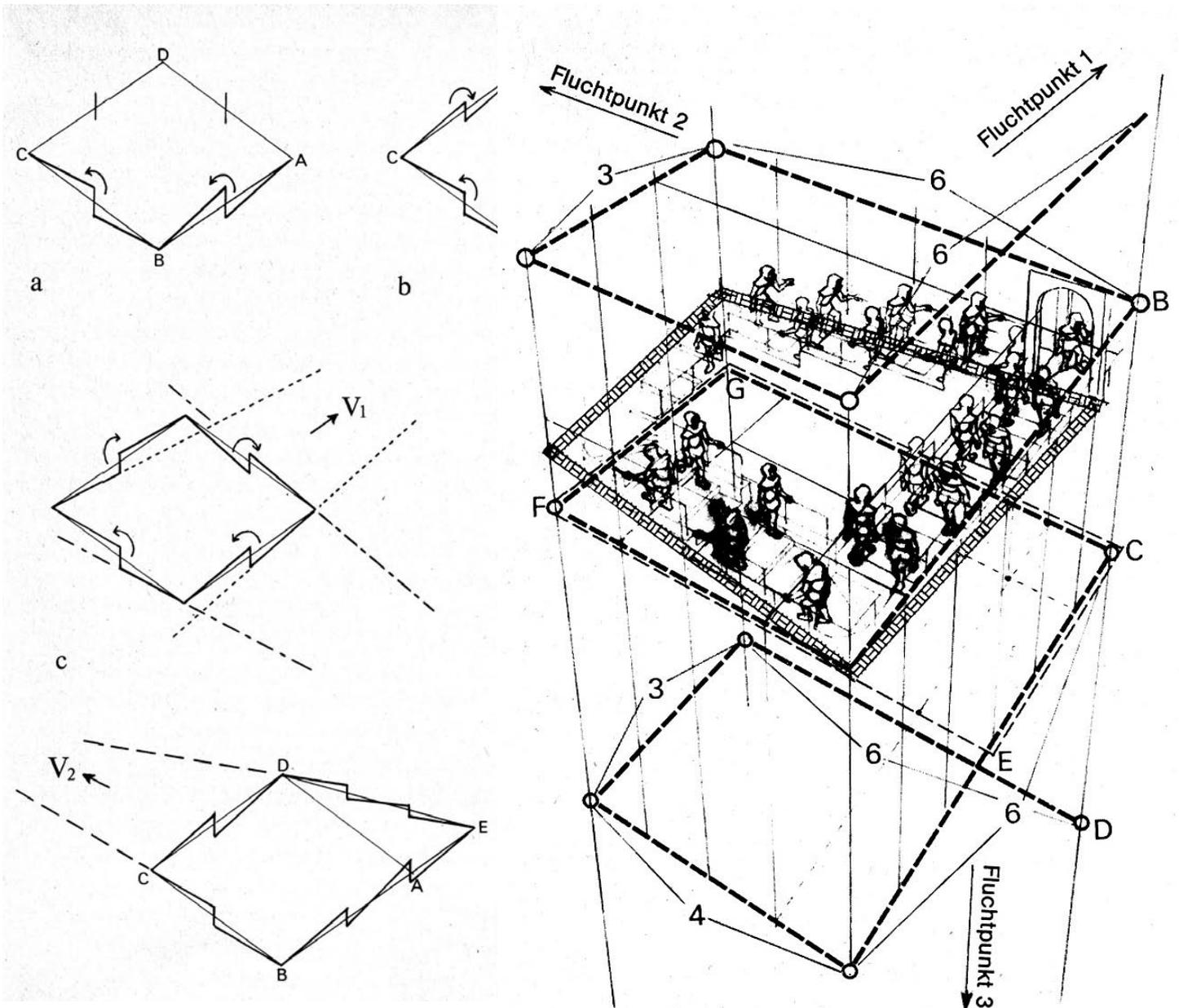
Wenn wir die Winkel ändern, dann läuft die Treppe immer weiter aufwärts. Damit könnten wir zufrieden sein. Trotzdem hätte ein nach diesem Diagramm gezeichnetes Gebäude noch eine unliebsame Unzulänglichkeit. Die gestrichelten Linien, die die Richtung der Seitenwände angeben, laufen rechts oben aufeinander zu. Das ist nicht schlimm, denn sie passen (mit dem Fluchtpunkt V1) in die perspektivische Abbildung eines solchen Gebäudes. Aber die beiden anderen gestrichelten Linien treffen sich in einem Punkt V2 rechts unten, und dies zerstört die Vorstellung von einem perspektivisch sauber gezeichneten Bild. Wir können V2 natürlich auch links oben erhalten, wenn wir die Seiten BA und DA verlängern (Abb. 166d). Jede der zwei Seiten wird dann eine Stufe länger. Eschers Druck zeigt, wie diese Lösung einen Anschein von Wahrscheinlichkeit erreicht.

Wir haben entdeckt, womit uns dieses Bild genarrt hat: Die Treppe liegt in einer völlig horizontalen Ebene, während andere Details an dem Gebäude, zum Beispiel die Plinthen der Säulen, die Fensterrahmen etc., die eigentlich in horizontalen Ebenen liegen sollten, sich in Wirklichkeit spiralförmig aufwärts bewegen. Die Vorderseite des Gebäudes sieht so durchaus einleuchtend aus, aber wenn Escher auf einem anderen Blatt die Rückseite gezeichnet hätte, müßten wir entdecken, daß das ganze Gebäude zusammenbrechen würde.

Wenn wir an jeder großen Stufe entlang vertikale Linien ziehen, merken wir, daß diese einen prismatischen Körper begrenzen, dessen Seitenflächen Breiten haben, die im Verhältnis 6:6:3:4 stehen. Jene Bildteile, die auf gleicher Höhe liegen, bilden eine Spirale (mit gestrichelten Linien angegeben). Abbildung 168 faßt dieses Bild noch einmal schematisch zusammen. Die dünnen Linien geben horizontale Flächen an (darum parallel zur Treppe), während die dicker gezeichnete Spirallinie die quasi-horizontalen Linien des Gebäudes zeigt.

M. C. Escher: Treppauf und Treppab • 7

Lithographie 1960



Text und Konstruktionszeichnungen aus: ERNST, Bruno, Der Zauberspiegel des M. C. Escher, dtv Taschenbuch Verlag, München, 1982

Nützliche Links im Internet zum Thema "M. C. Escher":

<http://www.mcescher.com/> (offizielle Seite der Escher-Stiftung)

<http://www.fraktalwelt.de/escher/elinks.htm> (fraktalwelt)

<http://www.cs.technion.ac.il/~gershon/EscherForReal/> (Escher for Real)

<http://escherdroste.math.leidenuniv.nl/> (Escher and the Droste-Effekt)

http://www.mathacademy.com/pr/minitext/escher/big.asp?IMAGE=self_portrait (The Mathematical Art of M. C. Escher)

M. C. Escher: Treppauf und Treppab • 8

Lithographie 1960

